

## ВСТУП

Якщо запитати у гравця в шахи, хто виграє – білі чи чорні. «Що за запитання, – відповідь він – дивлячись хто грає за білих і за чорних і як складеться гра». А якщо обидва гравці грають як найкраще, що тоді? З'ясовується, що поставлене таким чином запитання має сенс. Можна довести, що має місце одна з трьох можливостей:

- у білих є спосіб, який дозволяє їм гарантовано виграти, як би не грали чорні;
- у чорних є спосіб, який дозволяє їм гарантовано виграти, як би не грали білі;
- у білих є спосіб, який дозволяє їм гарантовано не програти (= виграти або звести гру в нічію), і одночасно в чорних є спосіб, який дозволяє їм гарантовано не програти.

Подібні твердження справедливі для великого класу ігор, які називаються «скінченні ігри з повною інформацією». Ми розберемо приклади таких ігор і вказати найкращий спосіб гри (чи, як кажуть, *стратегію*).

Рекомендуємо не поспішати читати пояснення, які наводяться після опису гри. Спочатку спробуйте розібратися з цією грою самостійно!

## СИМЕТРІЯ

Інколи вдається вгадати виграшну стратегію, ненаводячи повного аналізу гри (який може бути затрудненим, особливо якщо число позицій в грі велике). В деяких іграх така стратегія ґрунтується на симетрії.

**Задача 1.** Двоє гравців по черзі виймають кульки з двох ящиків, кожен з яких містить по 8 куль. За свій хід кожен може взяти з будь-якого ящика, але тільки з одного, довільну кількість куль. Виграє той, хто забирає останню кулю.

**Розв'язання.** В цій грі другий гравець може забезпечити собі виграш, якщо він буде повторювати ходи першого гравця, але брати з протилежної кучки, тим самим повертаючи порушену рівновагу. Наприклад, якщо перший гравець візьме 3 кульки з першої кучки, то другий має взяти також 3 кульки але вже з другої кучки.

**Задача 2.** На столі лежить дві кучки сірників: в одній 10, в іншій 7. Гравці ходять по черзі. За один хід можна взяти будь-яке число сірників (1, 2, 3, ...) із однієї із кучок (на вибір гравця). Той хто не може зробити хід (сірників не залишилося), програє.

**Розв'язання.** В цій грі перший гравець може забезпечити собі виграш, якщо спочатку вирівняє кількість сірників у двох кучках, взявши три сірники із кучки там де десять. Після цього він має повторювати ходи другого, але брати з протилежної кучки, тим самим повертаючи порушену рівновагу.

### **Задачі для самостійного розв'язання**

**Задача 3.** Двоє гравців по черзі виймають кульки з двох ящиків, у першому ящику 73 кулі, а в іншому 118. За свій хід кожен може взяти з будь-якого ящика, але тільки з одного, довільну кількість куль. Виграє той, хто забирає останню кулю.

**Задача 4.** Є таблиця з 13-ти клітинок в один ряд. По черзі двоє замальовують по одній або по дві сусідні клітинки в довільному місці таблиці. Програє той, хто не може зробити хід.